

अनुक्रम तथा श्रेणी

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» अनुक्रम (Sequence) और उसके प्रकार

प्रश्न 1 (आसान). अनुक्रम $a_n = n + 5$ के प्रथम चार पद ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 6, 7, 8, 9

प्रश्न 2 (आसान). अनुक्रम $a_n = n^2$ का दूसरा पद क्या होगा?

उत्तर – 4

प्रश्न 3 (मध्यम). अगर $a_n = (-1)^n * n$ है, तो a_3 और a_4 ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $a_3 = -3$, $a_4 = 4$

प्रश्न 4 (कठिन). एक अनुक्रम के लिए, $a_1 = 2$ और $a_n = a_{n-1} + 3$ ($n \geq 2$ के लिए)। अनुक्रम के प्रथम पाँच पद ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 2, 5, 8, 11, 14

» बीजगणितीय सूत्र से अनुक्रम के पद ज्ञात करना

प्रश्न 5 (आसान). यदि अनुक्रम का n वाँ पद $a_n = n - 1$ है, तो चौथा पद ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $a_4 = 3$

प्रश्न 6 (आसान). अनुक्रम $a_n = n^2$ के पहले दो पद क्या हैं?

उत्तर – $a_1 = 1$, $a_2 = 4$

प्रश्न 7 (मध्यम). अनुक्रम $a_n = (-1)^{n+1} * n$ के पहले तीन पद ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $a_1 = 1$, $a_2 = -2$, $a_3 = 3$

प्रश्न 8 (कठिन). फिबोनाची अनुक्रम में, जहाँ $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ और $n > 2$ के लिए $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ है, सातवाँ पद ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $a_7 = 13$ (क्योंकि $a_2=2$, $a_3=3$, $a_4=5$, $a_5=8$, $a_6=13$)

» श्रेणी (Series) की परिभाषा और सिग्मा संकेतन

प्रश्न 9 (आसान). अनुक्रम 5, 10, 15 से बनने वाली श्रेणी को 'जोड़' के निशान के साथ लिखिए।

उत्तर – $5 + 10 + 15$

प्रश्न 10 (आसान). श्रेणी $2 + 4 + 6$ को सिग्मा संकेतन में लिखिए।

उत्तर – $\sum_{k=1}^3 2k$

प्रश्न 11 (मध्यम). यदि एक अनुक्रम का n वाँ पद $a_n = n^2$ है, तो इसके पहले 4 पदों से बनने वाली श्रेणी को सिग्मा संकेतन में लिखिए।

उत्तर – $\sum_{k=1}^4 k^2$

प्रश्न 12 (कठिन). श्रेणी $3 + 4 + 5 + 6 + 7$ का योग ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$

» अनुक्रमों और श्रेणियों के प्रारंभिक उदाहरण

प्रश्न 13 (आसान). यदि $a_n = 2n + 1$ हो, तो अनुक्रम का तीसरा पद (a_3) क्या होगा?

उत्तर – 7

प्रश्न 14 (आसान). यदि $a_n = n^2$ हो, तो अनुक्रम के पहले दो पद (a_1, a_2) क्या होंगे?

उत्तर – 1, 4

प्रश्न 15 (मध्यम). यदि $a_1 = 2$ और $a_n = 2 * a_{n-1}$ हो, तो अनुक्रम के पहले तीन पद और संगत श्रेणी ज्ञात कीजिए।

उत्तर – पद: 2, 4, 8। श्रेणी: $2 + 4 + 8 + \dots$

प्रश्न 16 (कठिन). एक अनुक्रम a_n इस प्रकार परिभाषित है कि $a_1 = 1, a_2 = 1$, और $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, जहाँ $n \geq 3$ । इस अनुक्रम के प्रथम 5 पद ज्ञात कीजिए। (यह एक प्रसिद्ध 'फाइबोनाची अनुक्रम' है!)

उत्तर – 1, 1, 2, 3, 5

» गुणोत्तर श्रेणी (Geometric Progression - G.P.)

प्रश्न 17 (आसान). अनुक्रम 5, 10, 20, 40... में पहला पद 'a' और सार्व अनुपात 'r' ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $a = 5, r = 2$

प्रश्न 18 (आसान). यदि $a = 2$ और $r = 3$ है, तो गुणोत्तर श्रेणी के पहले 3 पद लिखिए।

उत्तर – 2, 6, 18

प्रश्न 19 (मध्यम). अनुक्रम 1, $1/2$, $1/4$, $1/8$... में सार्व अनुपात 'r' ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $r = 1/2$

प्रश्न 20 (कठिन). यदि एक GP का पहला पद 4 है और तीसरा पद 36 है, तो सार्व अनुपात 'r' ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $r = 3$ या $r = -3$

» गुणोत्तर श्रेणी का व्यापक पद (n-वाँ पद)

प्रश्न 21 (आसान). G.P. 3, 6, 12,... का 5वाँ पद क्या होगा?

उत्तर – $a = 48$

प्रश्न 22 (आसान). एक G.P. का पहला पद 2 और सार्व अनुपात 3 है। उसका 4वाँ पद ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $a = 54$

प्रश्न 23 (मध्यम). G.P. $1/2, 1, 2, \dots$ का 8वाँ पद क्या होगा?

उत्तर – $a = 64$

प्रश्न 24 (कठिन). एक गुणोत्तर श्रेणी का तीसरा पद 18 और छठा पद 486 है। इस श्रेणी का पहला पद और सार्व अनुपात ज्ञात कीजिए, और फिर 10वाँ पद निकालिए।

उत्तर – $a = 2, r = 3; a = 39366$

» गुणोत्तर श्रेणी के n पदों का योगफल

प्रश्न 25 (आसान). G.P. 5, 10, 20, ... के प्रथम 4 पदों का योग ज्ञात करें।

उत्तर – $S_n = 5(2^4 - 1) / (2 - 1) = 5 * 15 = 75$

प्रश्न 26 (आसान). G.P. 10, 5, 2.5, ... के प्रथम 3 पदों का योग ज्ञात करें।

उत्तर – $S_n = 10(1 - (0.5)^3) / (1 - 0.5) = 10(1 - 0.125) / 0.5 = 10 * 0.875 / 0.5 = 17.5$

प्रश्न 27 (मध्यम). एक गुणोत्तर श्रेणी जिसका पहला पद 4 है और सार्व अनुपात 3 है, उसके प्रथम 5 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $S_n = 4(3^5 - 1) / (3 - 1) = 4(243 - 1) / 2 = 2 * 242 = 484$

प्रश्न 28 (कठिन). यदि एक गुणोत्तर श्रेणी का पहला पद 2 और 5वाँ पद 32 है, तो उसके प्रथम 5 पदों का योग ज्ञात करें।
 उत्तर – पहले r निकालें: $a_5 = ar^4 \Rightarrow 32 = 2 * r^4 \Rightarrow r^4 = 16 \Rightarrow r = 2$ (या -2)। हम $r=2$ लेते हैं। अब $S_n = 2(2^5 - 1) / (2 - 1) = 2(32 - 1) = 2 * 31 = 62$

» गुणोत्तर श्रेणी से संबंधित समस्याओं का हल

प्रश्न 29 (आसान). गुणोत्तर श्रेणी 3, 6, 12, ... का 5वाँ पद ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 48

प्रश्न 30 (आसान). यदि एक गुणोत्तर श्रेणी का पहला पद 5 और सार्व अनुपात 3 है, तो 4 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 200

प्रश्न 31 (मध्यम). गुणोत्तर श्रेणी 2, 8, 32, ... का कौन सा पद 131072 है?

उत्तर – 9वाँ पद

प्रश्न 32 (कठिन). एक गुणोत्तर श्रेणी के प्रथम तीन पदों का योगफल $13/12$ है तथा उनका गुणनफल -1 है, तो सार्व अनुपात तथा पदों को ज्ञात कीजिए?

उत्तर – सार्व अनुपात $-3/4$ या $-4/3$ । पद: $4/3, -1, 3/4$ या $3/4, -1, 4/3$ ।

» गुणोत्तर माध्य (Geometric Mean - G.M.)

प्रश्न 33 (आसान). संख्याओं 9 और 4 का गुणोत्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 6

प्रश्न 34 (आसान). संख्याओं 1 और 49 का गुणोत्तर माध्य क्या है?

उत्तर – 7

प्रश्न 35 (मध्यम). यदि 3, x , 27 एक गुणोत्तर श्रेणी में हैं, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 9

प्रश्न 36 (कठिन). दो संख्याओं 2 और 128 के बीच दो गुणोत्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 8, 32 (या -8, -32 अगर संख्याएँ ऋणात्मक हों, पर यहाँ धनात्मक कहा गया है)

» समांतर माध्य (A.M.) तथा गुणोत्तर माध्य (G.M.) के बीच संबंध

प्रश्न 37 (आसान). यदि $a = 2$ और $b = 8$ हैं, तो AM और GM ज्ञात करें और संबंध स्थापित करें।

उत्तर – $AM = 5, GM = 4. AM > GM.$

प्रश्न 38 (आसान). क्या AM GM का संबंध ऋणात्मक संख्याओं -4 और -9 के लिए सत्य है?

उत्तर – नहीं, यह संबंध केवल धनात्मक संख्याओं के लिए है।

प्रश्न 39 (मध्यम). सिद्ध करें कि यदि $x > 0$ है, तो $x + (1/x) \geq 2$.

उत्तर – $a = x, b = 1/x$ लेने पर, $AM = (x + 1/x)/2$ और $GM = (x * 1/x)^{1/2} = 1$. चूंकि $AM \geq GM$, तो $(x + 1/x)/2 \geq 1$, जिससे $x + (1/x) \geq 2$ सिद्ध होता है।

प्रश्न 40 (कठिन). दो धनात्मक संख्याओं का योग 20 है। सिद्ध कीजिए कि उनका गुणनफल अधिकतम होगा जब संख्याएँ बराबर हों।

उत्तर – माना संख्याएँ a और b हैं, तो $a+b = 20$. हम जानते हैं $AM \geq GM$, यानी $(a+b)/2 \geq (ab)^{1/2}$. मान रखने पर, $20/2 \geq (ab)^{1/2}$, या $10 \geq (ab)^{1/2}$. दोनों तरफ वर्ग करने पर, $100 \geq ab$. इसका मतलब ab का अधिकतम मान 100 होगा। और यह तब प्राप्त होता है जब $AM = GM$, यानी $a = b$. तो, $a = b = 10$ होने पर गुणनफल अधिकतम होगा।

» AM-GM संबंध पर आधारित समस्याएं

प्रश्न 41 (आसान). यदि $AM = 6$ और $GM = 5$ है, तो $a + b$ और ab का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $a + b = 12$, $ab = 25$

प्रश्न 42 (आसान). यदि $a + b = 14$ और $ab = 49$ है, तो संख्याएँ a और b क्या होंगी?

उत्तर – $a = 7$, $b = 7$

प्रश्न 43 (मध्यम). दो धनात्मक संख्याओं का समांतर माध्य 13 है और गुणोत्तर माध्य 12 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर – संख्याएँ 9 और 16 हैं।

प्रश्न 44 (कठिन). यदि दो धनात्मक संख्याओं का योग उनके गुणोत्तर माध्य का 10 गुना है, तो दिखाइए कि संख्याएँ $(5 + 26) : (5 - 26)$ के अनुपात में हैं।

उत्तर – अनुपात $(5 + 26) : (5 - 26)$

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. एक अनुक्रम $a_n = 2n + 3$ द्वारा परिभाषित है। इसके प्रथम तीन पद ज्ञात कीजिए।

- › हमें $a_n = 2n + 3$ दिया गया है।
- › पहला पद (a_1) ज्ञात करने के लिए, $n = 1$ रखेंगे। so, $a_1 = 2(1) + 3 = 2 + 3 = 5$.
- › दूसरा पद (a_2) ज्ञात करने के लिए, $n = 2$ रखेंगे। so, $a_2 = 2(2) + 3 = 4 + 3 = 7$.
- › तीसरा पद (a_3) ज्ञात करने के लिए, $n = 3$ रखेंगे। so, $a_3 = 2(3) + 3 = 6 + 3 = 9$.

उत्तर – अनुक्रम के प्रथम तीन पद हैं: 5, 7, 9.

उदाहरण 2. एक अनुक्रम का n वाँ पद सूत्र $a_n = 3n + 2$ द्वारा दिया गया है। इस अनुक्रम के पहले तीन पद ज्ञात कीजिए।

- › पहला पद ($n=1$) ज्ञात करने के लिए, सूत्र में n की जगह 1 रखेंगे: $a = 3(1) + 2 = 3 + 2 = 5$ ।
- › दूसरा पद ($n=2$) ज्ञात करने के लिए, सूत्र में n की जगह 2 रखेंगे: $a = 3(2) + 2 = 6 + 2 = 8$ ।
- › तीसरा पद ($n=3$) ज्ञात करने के लिए, सूत्र में n की जगह 3 रखेंगे: $a = 3(3) + 2 = 9 + 2 = 11$ ।

उत्तर – अनुक्रम के पहले तीन पद 5, 8, और 11 हैं।

उदाहरण 3. एक अनुक्रम के पहले पाँच पद 1, 3, 5, 7, 9 हैं। इससे बनने वाली श्रेणी को सिग्मा संकेतन में लिखिए और उसका योग ज्ञात कीजिए।

- › पहला कदम: अनुक्रम के पद लिखिए: ' $a_1=1, a_2=3, a_3=5, a_4=7, a_5=9$ '।
- › दूसरा कदम: इससे बनने वाली श्रेणी को 'जोड़' के निशान के साथ लिखें: ' $1 + 3 + 5 + 7 + 9$ '।
- › तीसरा कदम: अब इस श्रेणी को सिग्मा संकेतन में लिखें। यहाँ कुल 5 पद हैं, तो ' $n=5$ '। और ' a_k ' क्या होगा? यह विषम संख्याओं का अनुक्रम है, तो ' $a_k = 2k - 1$ '। तो सिग्मा संकेतन होगा: ' $\sum_{k=1}^5 (2k - 1)$ '।
- › चौथा कदम: श्रेणी का योग ज्ञात करें: ' $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$ '।

उत्तर – श्रेणी सिग्मा संकेतन में: $\sum_{k=1}^5 (2k - 1)$ । श्रेणी का योग: 25।

उदाहरण 4. यदि एक अनुक्रम a_n इस प्रकार परिभाषित है कि $a_1 = 5$ और $a_n = a_{n-1} + 3$, जहाँ $n \geq 2$, तो अनुक्रम के प्रथम 4 पद और संगत श्रेणी ज्ञात कीजिए।

- › पहला पद (a_1) हमें दिया गया है $= 5$ ।
- › अब दूसरा पद (a_2) निकालने के लिए सूत्र में $n = 2$ रखेंगे: $a_2 = a_{2-1} + 3 = a_1 + 3 = 5 + 3 = 8$ ।
- › तीसरा पद (a_3) निकालने के लिए सूत्र में $n = 3$ रखेंगे: $a_3 = a_{3-1} + 3 = a_2 + 3 = 8 + 3 = 11$ ।
- › चौथा पद (a_4) निकालने के लिए सूत्र में $n = 4$ रखेंगे: $a_4 = a_{4-1} + 3 = a_3 + 3 = 11 + 3 = 14$ ।
- › अनुक्रम के प्रथम चार पद हुए: 5, 8, 11, 14।
- › संगत श्रेणी इन पदों को जोड़ने पर मिलेगी: $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$

उत्तर – अनुक्रम के प्रथम 4 पद हैं 5, 8, 11, 14। संगत श्रेणी है $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$

उदाहरण 5. एक गुणोत्तर श्रेणी का पहला पद 'a' = 3 है और सार्व अनुपात 'r' = 2 है। इसके पहले 4 पद ज्ञात कीजिए।

- › पहला पद (a) हमें दिया गया है = 3।
- › दूसरा पद (a) निकालने के लिए, पहले पद को सार्व अनुपात से गुणा करेंगे: $a = a \times r = 3 \times 2 = 6$ ।
- › तीसरा पद (a) निकालने के लिए, दूसरे पद को सार्व अनुपात से गुणा करेंगे: $a = a \times r = 6 \times 2 = 12$ ।
- › चौथा पद (a) निकालने के लिए, तीसरे पद को सार्व अनुपात से गुणा करेंगे: $a = a \times r = 12 \times 2 = 24$ ।

उत्तर – तो इस गुणोत्तर श्रेणी के पहले चार पद हैं: 3, 6, 12, 24।

उदाहरण 6. गुणोत्तर श्रेणी 5, 10, 20,... का 7वाँ पद ज्ञात कीजिए।

› सबसे पहले, गुणोत्तर श्रेणी का पहला पद (a) और सार्व अनुपात (r) ज्ञात करें। यहाँ, $a = 5$ । सार्व अनुपात $r = 10 / 5 = 2$ ।

- › अब, n-वें पद का सूत्र लिखें: $a_n = ar^{(n-1)}$ । हमें 7वाँ पद ज्ञात करना है, इसलिए $n = 7$ ।
- › सूत्र में मान रखें: $a = 5 * (2)^{(7-1)}$ ।
- › घात की गणना करें: $a = 5 * (2)^6$ ।
- › 2 की घात 6 का मान निकालें: $2 = 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 64$ ।
- › अब गुणा करें: $a = 5 * 64$ ।
- › अंतिम परिणाम प्राप्त करें।

उत्तर – $a = 320$ । इस गुणोत्तर श्रेणी का 7वाँ पद 320 है।

उदाहरण 7. एक गुणोत्तर श्रेणी 3, 6, 12, ... के प्रथम 6 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

- › यहाँ पहला पद (a) = 3 है।
- › सार्व अनुपात (r) = $6/3 = 2$ है।
- › पदों की संख्या (n) = 6 है।
- › चूँकि $r = 2$, जो कि 1 से बड़ा है, तो हम सूत्र $S_n = a(r^n - 1) / (r - 1)$ का उपयोग करेंगे।
- › $S_n = 3 * (2^6 - 1) / (2 - 1)$
- › $S_n = 3 * (64 - 1) / 1$
- › $S_n = 3 * 63$

उत्तर – $S_n = 189$. तो इस श्रेणी के पहले 6 पदों का योग 189 होगा।

उदाहरण 8. एक गुणोत्तर श्रेणी में, तीसरा पद 24 है और 6वाँ पद 192 है। इस श्रेणी का 10वाँ पद ज्ञात कीजिए।

- › हमें दिया गया है कि तीसरा पद, ' a_3 ' = 24। इसे हम ' $ar^2 = 24$ ' लिख सकते हैं। इसे समीकरण (1) मान लीजिए।
- › फिर दिया है कि 6वाँ पद, ' a_6 ' = 192। इसे हम ' $ar^5 = 192$ ' लिख सकते हैं। इसे समीकरण (2) मान लीजिए।
- › अब, समीकरण (2) को समीकरण (1) से भाग देने पर, हमें मिलता है: $(ar) / (ar^2) = 192 / 24$ ।
- › इससे हमें मिलता है $r^3 = 8$ । तो, ' r ' = 2 (क्योंकि $2 \times 2 \times 2 = 8$)।
- › अब इस ' r ' के मान को समीकरण (1) में रखिए: $a(2)^2 = 24$, मतलब ' $a \times 4 = 24$ '।
- › तो, ' a ' = $24 / 4 = 6$ ।
- › हमें 10वाँ पद ' a_{10} ' निकालना है। ' $a_{10} = ar^{(10-1)} = ar^9$ '।
- › इसमें ' a ' = 6 और ' r ' = 2 रखने पर: $a_{10} = 6 \times (2)^9 = 6 \times 512$ ।
- › तो, $a_{10} = 3072$ ।

उत्तर – 10वाँ पद 3072 है।

उदाहरण 9. दो धनात्मक संख्याओं 4 और 16 के बीच गुणोत्तर माध्य (G.M.) ज्ञात कीजिए।

- › यहाँ हमें दो संख्याएँ दी गई हैं: 'a' = 4 और 'b' = 16।
- › गुणोत्तर माध्य (G.M.) का सूत्र होता है: $G.M. = (ab)$
- › मानों को सूत्र में रखने पर, हमें मिलता है: $G.M. = (4 \times 16)$
- › इसे हल करने पर: $G.M. = 64$
- › 64 का मान है 8।

उत्तर – इसलिए, 4 और 16 के बीच का गुणोत्तर माध्य 8 है।

उदाहरण 10. सिद्ध कीजिए कि यदि a और b दो धनात्मक संख्याएँ हैं, तो $(a+b)/2 \geq (ab)$.

- › हम जानते हैं कि किसी भी वास्तविक संख्या का वर्ग हमेशा शून्य या शून्य से बड़ा होता है। तो, $(a - b)^2 \geq 0$.
- › इस समीकरण को खोलें: $(a)^2 - 2ab + (b)^2 \geq 0$.
- › यह हो जाएगा: $a - 2(ab) + b \geq 0$.
- › अब, $-2(ab)$ को समीकरण के दूसरी तरफ ले जाएँ: $a + b \geq 2(ab)$.
- › दोनों तरफ 2 से भाग दें: $(a + b) / 2 \geq (ab)$.
- › यही हमें सिद्ध करना था, क्योंकि $(a+b)/2$ समांतर माध्य है और (ab) गुणोत्तर माध्य है।

उत्तर – सिद्ध हुआ कि AM $\geq$ GM.

उदाहरण 11. यदि दो धनात्मक संख्याओं 'a' और 'b' के बीच समांतर माध्य 10 और गुणोत्तर माध्य 8 है, तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

- › सबसे पहले, हमें दिया है 'समांतर माध्य (AM) = 10' और 'गुणोत्तर माध्य (GM) = 8'।
- › हम जानते हैं कि $AM = (a + b) / 2$, तो $(a + b) / 2 = 10$ । इसे हल करने पर ' $a + b = 20$ ' मिलेगा। यह हमारा पहला समीकरण है।
- › फिर, हम जानते हैं कि $GM = (ab)$, तो $(ab) = 8$ । दोनों तरफ वर्ग करने पर ' $ab = 64$ ' मिलेगा। यह हमारा दूसरा समीकरण है।
- › अब हमारे पास दो समीकरण हैं: (1) $a + b = 20$ और (2) $ab = 64$ ।
- › हम एक सर्वसमिका (identity) का इस्तेमाल कर सकते हैं: $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$ ।
- › इसमें मान रखने पर: $(a - b)^2 = (20)^2 - 4 * (64) = 400 - 256 = 144$ ।
- › तो $(a - b) = \pm 12$ । यहाँ से हमें दो स्थितियाँ मिलती हैं: $a - b = 12$ या $a - b = -12$ ।
- › स्थिति 1: यदि $a + b = 20$ और $a - b = 12$ । इन दोनों को जोड़ने पर $2a = 32$, तो $a = 16$ । फिर, $b = 20 - a = 20 - 16 = 4$ ।
- › स्थिति 2: यदि $a + b = 20$ और $a - b = -12$ । इन दोनों को जोड़ने पर $2a = 8$, तो $a = 4$ । फिर, $b = 20 - a = 20 - 4 = 16$ ।
- › तो संख्याएँ 16 और 4 या 4 और 16 हैं।

उत्तर – संख्याएँ 4 और 16 हैं।

बोर्ड परीक्षा के लिए खास

- अनुक्रमों के 'व्यापक पद' (general term a_n) को पहचानना और उससे कोई भी पद निकालना बोर्ड परीक्षा में बहुत ज़रूरी होता है। इसे अच्छे से अभ्यास करना।
- कई बार बोर्ड परीक्षा में सीधे-सीधे a_n सूत्र देकर अनुक्रम के पद या किसी विशिष्ट पद को निकालने के लिए कहा जाता है, तो इन सूत्रों को हल करना अच्छे से सीख लो।
- सिग्मा संकेतन वाले प्रश्नों में ध्यान दें कि 'k' की शुरुआत कहाँ से हो रही है और कहाँ तक जा रही है, क्योंकि इसी से पदों की संख्या तय होती है। यह बोर्ड परीक्षा के लिए भी एक महत्वपूर्ण हिस्सा है!

- यह कॉन्सेप्ट बोर्ड परीक्षा में छोटे-छोटे प्रश्न (1 या 2 अंक) के रूप में आ सकता है, जहाँ आपको किसी दिए गए सूत्र से अनुक्रम के कुछ पद निकालने होंगे या संगत श्रेणी लिखनी होगी।
- यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं में अक्सर 1-2 नंबर के छोटे प्रश्नों में पूछ ली जाती है, जहाँ 'a' और 'r' की पहचान करनी होती है या GP के कुछ पद निकालने होते हैं।
- यह सूत्र $a_n = ar^{(n-1)}$ बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। इस पर आधारित सीधे सवाल या बड़े सवालों में इसके उपयोग वाले प्रश्न अक्सर आते हैं। सूत्र को अच्छे से याद कर लें और घात की गणना में कोई गलती न करें।
- यह सूत्र बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। इस पर सीधे प्रश्न आते हैं, इसलिए सूत्रों को अच्छे से याद कर लेना और अभ्यास करना।
- बोर्ड परीक्षा में गुणोत्तर श्रेणी के इन प्रश्नों में अक्सर 'n-वें पद' और 'n पदों के योगफल' के सूत्र का एक साथ उपयोग होता है। हर चरण को साफ़-साफ़ लिखना और गणनाओं में सावधानी बरतना बहुत ज़रूरी है।
- यह टॉपिक बोर्ड परीक्षाओं में अक्सर 2-3 अंक के सीधे प्रश्नों के लिए पूछा जाता है। खासकर 'n' गुणोत्तर माध्यों को स्थापित करने वाले प्रश्न महत्वपूर्ण होते हैं।
- यह AM-GM संबंध बोर्ड परीक्षा में सिद्ध करने या समस्याओं को हल करने के लिए अक्सर पूछा जाता है। उदाहरण 13 को ध्यान से देखकर अभ्यास करें।

एक नज़र में रिवीज़न

- › अनुक्रम: संख्याओं का निश्चित क्रम व नियम वाला व्यवस्थित समूह; परिमित/अपरिमित प्रकार.
- › $a_n = n$ वाँ पद निकालने का बीजगणतीय सूत्र है; n पद की संख्या।
- › श्रेणी = अनुक्रम के पदों का योग ($a + a + \dots$); सिग्मा (Σ) = योग संकेतन
- › नियम में 'n' मान रखकर अनुक्रम के पद व संगत श्रेणी ज्ञात करें।
- › GP: हर अगला पद = पछिला पद $\times$ 'r'. पहला पद 'a', सार्व अनुपात 'r'.
- › G.P. का n-वाँ पद: $a_n = ar^{(n-1)}$
- › G.P. के n पदों का योगफल: $r > 1$ के लिए $a(r^n - 1)/(r - 1)$; $r < 1$ के लिए $a(1 - r^n)/(1 - r)$; $r = 1$ के लिए na
- › GN समस्याओं में n-वें पद (a_n) और योगफल (S_n) सूत्र का प्रयोग करें।
- › दो धनात्मक संख्याओं a, b का G.M. = (ab)
- › AM GM, इसका उपयोग कर a, b ज्ञात करना।